

Puissances de 10 et écriture scientifique

Prérequis :

- › Multiplication et division
- › Nombres décimaux
- › Virgule et décalage

1. Puissances de 10 à exposant positif

Puissance de 10 à exposant positif

Soit n un nombre entier **positif**. On appelle 10^n le produit de n facteurs égaux à 10 :

$$10^n = \underbrace{10 \times 10 \times \cdots \times 10}_{n \text{ facteurs}}$$

Exemple 1.1

$$10^1 = 10$$

$$10^2 = 10 \times 10 = 100$$

$$10^3 = 10 \times 10 \times 10 = 1\,000$$

$$10^4 = 10 \times 10 \times 10 \times 10 = 10\,000$$

$$10^6 = 1\,000\,000 \quad (\text{un million})$$

Remarque

- Si $n = 0$, alors $10^0 = 1$
- Si $n = 1$, alors $10^1 = 10$

2. Puissances de 10 à exposant négatif

Puissance de 10 à exposant négatif

Soit n un nombre entier **positif**. On appelle 10^{-n} l'inverse du produit de n facteurs 10 :

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n} = \underbrace{0,0 \dots 01}_{n \text{ zéros}}$$

La virgule se trouve alors après le premier zéro.

Exemple 2.1

$$\begin{aligned}10^{-1} &= \frac{1}{10} = 0,1 \\10^{-2} &= \frac{1}{100} = 0,01 \\10^{-3} &= \frac{1}{1\,000} = 0,001 \\10^{-4} &= \frac{1}{10\,000} = 0,0001 \\10^{-6} &= 0,000\,001 \quad (\text{un millionième})\end{aligned}$$

3. Vocabulaire des puissances de 10

Préfixes des multiples

On peut nommer les multiples des puissances de 10 grâce au tableau suivant :

Nom	Symbole	Puissance	Valeur
kilo	k	10^3	1 000
méga	M	10^6	1 000 000
giga	G	10^9	1 000 000 000
téra	T	10^{12}	1 000 000 000 000

Exemple 3.1

- 1 **kilo**gramme = 10^3 grammes = 1 000 g
- 1 **méga**octet = 10^6 octets = 1 000 000 octets
- 1 **giga**octet = 10^9 octets = 1 000 000 000 octets

4. Calcul avec les puissances de 10

Règles de calcul

Soient n et m deux nombres entiers relatifs. On a les propriétés suivantes :

$$10^n \times 10^m = 10^{n+m}$$

$$\frac{10^n}{10^m} = 10^{n-m}$$

$$(10^n)^m = 10^{n \times m}$$

$$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$$

Q Exemple 4.1

$$10^3 \times 10^4 = 10^{3+4} = 10^7$$

$$\frac{10^8}{10^3} = 10^{8-3} = 10^5$$

$$(10^2)^3 = 10^{2 \times 3} = 10^6$$

$$10^{-3} = \frac{1}{10^3} = 0,001$$

5. Multiplier par une puissance de 10

★ Méthode : Règle du décalage de la virgule

Étape 1. Pour multiplier par 10^n (exposant **positif**) : décaler la virgule de n rangs vers la **droite**

Étape 2. Pour multiplier par 10^{-n} (exposant **négatif**) : décaler la virgule de n rangs vers la **gauche**

Étape 3. Compléter par des zéros si nécessaire

Q Exemple 5.1

Multiplication par 10^n (exposant positif) :

$$3,45 \times 10^2 = 345 \quad (\text{virgule décalée de 2 rangs vers la droite})$$

$$7,2 \times 10^3 = 7\,200 \quad (\text{virgule décalée de 3 rangs, on ajoute des zéros})$$

$$0,05 \times 10^4 = 500 \quad (\text{virgule décalée de 4 rangs})$$

Q Exemple 5.2

Multiplication par 10^{-n} (exposant négatif) :

$$345 \times 10^{-2} = 3,45 \quad (\text{virgule décalée de 2 rangs vers la gauche})$$

$$72 \times 10^{-3} = 0,072 \quad (\text{virgule décalée de 3 rangs, on ajoute des zéros})$$

$$5 \times 10^{-4} = 0,0005 \quad (\text{virgule décalée de 4 rangs})$$

6. Écriture scientifique

📄 Notation scientifique

Tout nombre décimal peut s'écrire sous forme de **notation scientifique**, c'est-à-dire sous la forme :

$$a \times 10^n$$

où :

- a est un nombre décimal ayant **un seul chiffre non nul avant la virgule** (exemple : 2,1 / 9,542 / 3,0)
- n est un nombre entier relatif

Q Exemple 6.1

$7,9 \times 10^3$ est l'écriture scientifique du nombre 7 900.

★ Méthode : Trouver l'écriture scientifique

Étape 1. Compter le nombre de chiffres avant ou après la virgule

Étape 2. Déplacer la virgule pour n'avoir qu'un seul chiffre non nul avant elle

Étape 3. Compter le nombre de déplacements pour déterminer l'exposant

Étape 4. Écrire sous la forme $a \times 10^n$

Q Exemple 6.2

Le nombre 79,00 possède 2 chiffres après la virgule, soit 1 chiffre en plus. Son écriture scientifique est donc $7,9 \times 10^1$.

💡 Remarque

La notation scientifique est utile pour exprimer de **grands** ou de **petits** nombres qui interviennent en sciences physiques.

- Distance Terre-Soleil : $1,5 \times 10^8$ km
- Diamètre d'un atome : 1×10^{-10} m
- Vitesse de la lumière : 3×10^8 m/s

⚠ Piège à éviter !

- Ne pas oublier que $10^0 = 1$ (et non 0!)
- Pour 10^{-n} , la virgule se décale vers la **gauche**, pas la droite !
- En écriture scientifique, il doit y avoir **un seul chiffre non nul avant la virgule**.

✓ Je retiens

Je connais	J'en déduis	J'utilise
$10^n = 10 \times 10 \times \cdots \times 10$	Puissance de 10 à exposant positif	Le produit de n facteurs 10
$10^{-n} = \frac{1}{10^n}$	Puissance de 10 à exposant négatif	L'inverse du produit de n facteurs 10
$10^n \times 10^m = 10^{n+m}$	Produit de puissances de 10	La somme des exposants
$a \times 10^n$ (avec $1 \leq a < 10$)	Écriture scientifique d'un nombre	Un chiffre avant la virgule + puissance de 10

■ Vidéo(s) pédagogique(s) :

Puissances de 10	Calcul avec les puissances	Multiplication par puissance
		